

Mini curso: Introdução à teoria das folheações singulares e teoria geométrica de controle.

Marcos Alexandrino
IME USP (Brazil)
email: malex@ime.usp.br

A grosso modo um controle geométrico é um conjunto de campos de vetores $\{X_u\}_{u \in U}$ definidos em uma variedade M sendo que geralmente U contém propriedades adicionais (variedade com bordo, conjunto enumerável, conjunto convexo de \mathbb{R}^k etc). A Teoria de Controle Geométrico e a Teoria de Controle (presente nas Engenharias, Economia e Ecologia) se conectam por meio de vários resultados, dentre eles: (1) *o teorema de Stefan-Sussmann* que garante que a a partição por órbitas (composição de fluxos de um controle geométrico) é uma folheação singular (quando o controle é definidos em todos lugares, e.,g quando os campos são completos);(2) *o princípio de Máximo de Pontryagin* que garante condições necessárias para minimizar custos.

Neste mini-curso voltado para aluno(a)s da Matemática (em particular para aluno(a)s que tenham feito uma disciplina de Geometria Diferencial da graduação) introduziremos alguns conceitos e apresentaremos a demonstração do teorema de Stefan-Sussmann. Usaremos então este resultado para apresentar parte da prova do Teorema de Ambrose Singer sobre grupo de holonomia (aproveitando o momento para recordar vários conceitos, como transporte paralelo, grupo de holonomia, curvatura). Também apresentaremos uma versão geométrica do princípio de Máximo de Pontryagin, daremos uma ideia de sua prova e discutiremos como esta formulação se conecta com a formulação que se encontra nos livros das Engenharias e Economia. Sobrando tempo poderemos comentar também como algumas técnicas de conjuntos alcançáveis e órbitas aparecem na nossa pesquisa (em folheações de Finsler e folheações Riemannianas singulares)

References

- [1] A. A. AGRACHEV , Y. L. SACHKOV *Control Theory from the Geometric Viewpoint*, Springer Verlag (2004), Volume 87, ISBN : 978-3-642-05907-0
- [2] M. M. ALEXANDRINO, M. K. INAGAKI, , M. DE MELO, I. STRUCHINER. *Lie groupoids and semi-local models of Singular Riemannian foliations*, Annals of Global Analysis and Geometry 61, 593–619 (2022).
- [3] M.M. ALEXANDRINO, AND R.G. BETTIOL. *Lie Groups and Geometric Aspects of Isometric Actions*. Springer Verlag (2015) ISBN 978-3-319-16612-4,
- [4] A. CLARKE, B. SANTORO *Holonomy Groups in Riemannian Geometry arXiv:1206.3170 (2012)*